# Ficha de Trabalho 17

**Matemática**

**9.º Ano de Escolaridade** | Turma:

**Nome** ____________________

**Nº.** ______

## Circunferência

### Polígonos inscritos numa circunferência - Polígonos regulares

- A soma das amplitude dos ângulos internos de um polígono convexo com $n$ lados é dada por

  $S_i = (n-2) \times 180°$

- A soma das amplitude dos ângulos externos de um polígono convexo com $n$ lados é igual a $360°$
- Num polígono convexo e regular com $n$ lados, a amplitude de um ângulo interno é dado por $\dfrac{(n-2)\times 180°}{n}$
- Num quadrilátero inscrito numa circunferência, a soma das amplitudes de dois ângulos opostos é igual a $180°$

1. Considera a circunferência de centro no ponto $O$, representada na figura 1

   Sabe-se que:

   - $A$, $B$ e $C$, são pontos da circunferência
   - $B\hat{C}A = 68°$
   - $[AC]$ é um diâmetro da circunferência

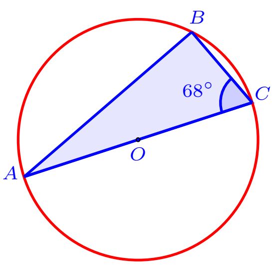


Figura 1

   1.1. Determina a amplitude do ângulo inscrito $\angle ABC$

   1.2. Determina a amplitude do arco $CB$

2. Na figura 2 está representado um quadrilátero $[ABCD]$, inscrito numa circunferência de centro no ponto $O$

   Sabe-se que:

   - $A\hat{B}C = 108°$
   - a amplitude do arco $BD$ é igual a $204°$

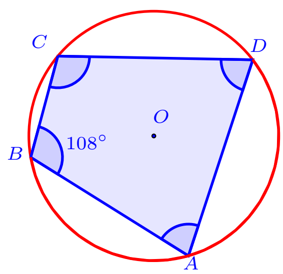


Figura 2

   2.1. Determina a amplitude do ângulo inscrito $\angle CDA$

   2.2. Determina a amplitude do ângulo inscrito $\angle DAB$

3. Na figura 3 está representado um quadrilátero $[ABCD]$, inscrito numa circunferência de centro no ponto $O$

Sabe-se que:

- $B\hat{O}D = 148°$
- a amplitude do arco $CA$ é igual a $150°$

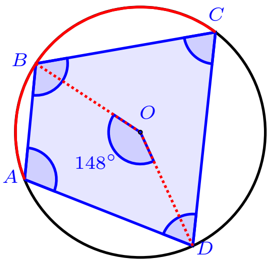


Figura 3

Determina a amplitude dos ângulos internos do quadrilátero $[ABCD]$

4. Na figura 4 está representado um paralelogramo $[ABCD]$, inscrito numa circunferência de centro no ponto $O$

Sabe-se que:

- $[AC]$ e $[BD]$ são diâmetros da circunferência

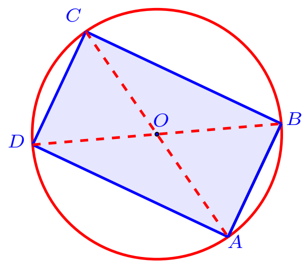


Figura 4

Justifica que o paralelogramo $[ABCD]$ é um retângulo

5. Considera a circunferência de centro no ponto $O$ e o o polígono convexo $[ABCDEF]$, regular e que está inscrito na circunferência, tal como se observa na figura 5

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 8\ cm$

5.1. Indica a medida do raio da circunferência

5.2. Determina a amplitude do ângulo assinalado $EDC$

5.3. Qual é a amplitude do arco $AE$?
Numa das opções está esse valor
Em qual delas?
(A) $120°$ (B) $180°$ (C) $240°$ (D) $260°$

5.4. Determina o valor exato da área do polígono $[ABCDEF]$

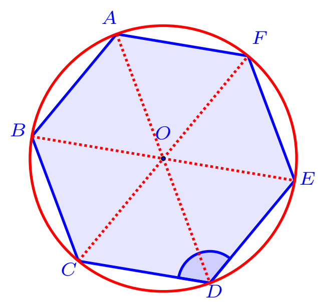


Figura 5

6. Considera a circunferência de centro no ponto $O$ e o o octógono regular $[ABCDEF]$, inscrito na circunferência, tal como se observa na figura 6

Sabe-se que:

- $\overline{OA} = 4\ cm$
- $x$ é a amplitude do ângulo $\angle EGF$
- $y$ é a amplitude do ângulo $\angle GFE$

6.1. Determina $x$ e $y$

6.2. Determina o valor da área do triângulo $[BDO]$

6.3. Determina um valor aproximado às décimas do perímetro do triângulo $[BCD]$

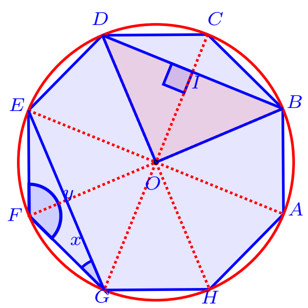


Figura 6

**Matemática**

**9.º Ano de Escolaridade** | Turma:

1. Sabe-se que:

   - $B\hat{C}A = 68°$
   - $[AC]$ é um diâmetro da circunferência

   1.1. O ângulo $\angle ABC$ é reto, dado que está inscrito em meia circunferência
   Logo, A amplitude do ângulo inscrito $\angle ABC$, é,

   $$A\hat{B}C = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} = \frac{180°}{2} = 90°$$

   1.2. Ora,

   $$B\hat{C}A = 68°$$

   Então,

   $$\overset{\frown}{BA} = 2 \times B\hat{C}A = 2 \times 68° = 136$$

   Logo, a amplitude do arco $CB$, é,

   $$\overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{CA} - \overset{\frown}{BA} = 180° - 136° = 44°$$

2. .

   2.1. Sabe-se que:

   - $A\hat{B}C = 108°$

   Ora,

   $$A\hat{B}C + C\hat{D}A = 180°$$

   Assim,

   $$A\hat{B}C + C\hat{D}A = 180° \Leftrightarrow 108° + C\hat{D}A = 180° \Leftrightarrow C\hat{D}A = 180° - 108° \Leftrightarrow C\hat{D}A = 72°$$

   Logo, A amplitude do ângulo inscrito $\angle CDA$, é, $72°$

   2.2. Sabe-se que:

   - a amplitude do arco $BD$ é igual a $204°$

   Então,

   $$\overset{\frown}{DB} = 360° - \overset{\frown}{BD} = 360° - 204° = 156°$$

   Portanto,

   $$D\hat{A}B = \frac{\overset{\frown}{DB}}{2} = \frac{156°}{2} = 78°$$

3. .

Sabe-se que:

- $B\hat{O}D = 148°$

Assim,

$$B\hat{C}D = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{148°}{2} = 74°$$

Ora,

$$B\hat{C}D + D\hat{A}B = 180°$$

Assim,

$$B\hat{C}D + D\hat{A}B = 180° \Leftrightarrow 74° + D\hat{A}B = 180° \Leftrightarrow D\hat{A}B = 180° - 74° \Leftrightarrow D\hat{A}B = 106°$$

Logo, A amplitude do ângulo inscrito $\angle DAB$, é, $106°$
Por outro lado,

Sabe-se que:

- a amplitude do arco $CA$ é igual a $150°$

Então,

$$C\hat{D}A = \frac{\widehat{CA}}{2} = \frac{150°}{2} = 75°$$

A amplitude do arco $AC$ é, $\widehat{AC} = 360° - \widehat{CA} = 360° - 150° = 210°$

Portanto,

$$A\hat{B}C = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{210°}{2} = 105°$$

Resumindo:

$B\hat{C}D = 74°$
$D\hat{A}B = 106°$
$C\hat{D}A = 75°$
$A\hat{B}C = 105°$

4. Sabe-se que:

- $[AC]$ e $[BD]$ são diâmetros da circunferência

Então,

$$A\hat{D}C = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{180°}{2} = 90°$$

$$D\hat{C}B = \frac{\widehat{DB}}{2} = \frac{180°}{2} = 90°$$

$$C\hat{B}A = \frac{\widehat{CA}}{2} = \frac{180°}{2} = 90°$$

$B\hat{A}D = \dfrac{\widehat{BD}}{2} = \dfrac{180°}{2} = 90°$

Logo, os ângulos internos do quadrilátero são retos, pelo que o quadrilátero $[ABCD]$ é um retângulo

5. .

5.1. O polígono representado é um hexágono regular
Os seis triângulos representados são equiláteros e geometricamente iguais

Portanto, a medida do raio da circunferência é igual à medida do lado de um desses triângulos

Como se sabe que

- $\overline{AB} = 8\ cm$

Então circunferência representada tem raio 8 $cm$

5.2. Num polígono convexo e regular com $n$ lados, a amplitude de um ângulo interno é dado por $\dfrac{(n-2) \times 180°}{n}$

Portanto, a amplitude do ângulo assinalado $EDC$, é,

$E\hat{D}C = \dfrac{(6-2) \times 180°}{6} = \dfrac{4 \times 180°}{6} = \dfrac{720°}{6} = 120°$

5.3. A amplitude do arco $AE$, é $\widehat{AE} = 4 \times \dfrac{360°}{6} = 4 \times 60° = 240°$

**Resposta: (C)**

5.4. Seja $G$ a projeção ortogonal de $F$ sobre $[OE]$

Sabemos que a amplitude de cada ângulo interno do triângulo equilátero é igual a 60°

Assim,

$\sin(60°) = \dfrac{\overline{FG}}{\overline{OF}} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\overline{FG}}{8} \Leftrightarrow \overline{FG} = \dfrac{8 \times \sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \overline{FG} = 4\sqrt{3}$

**Nota:** poderímaos determinar $\overline{FG}$, resorrendo ao Teorema de Pitágoras

Assim,

$A_{[OEF]} = \dfrac{\overline{OE} \times \overline{FG}}{2} = \dfrac{8 \times 4\sqrt{3}}{2} = \dfrac{32\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}\ u.a.$

Portanto, a área do polígono $[ABCDEF]$, é

$_{[ABCDEF]} = 6 \times A_{[OEF]} = 6 \times 16\sqrt{3} = 96\sqrt{3}\ cm^2$

6. Sabe-se que:

- $\overline{OA} = 4\ cm$
- $x$ é a amplitude do ângulo $\angle EGF$
- $y$ é a amplitude do ângulo $\angle GFE$

6.1. .

$x = E\hat{G}F = \dfrac{\widehat{EF}}{2} = \dfrac{\frac{360°}{8}}{2} = \dfrac{45°}{2} = 22.5°$

$y = G\hat{F}E = \dfrac{(8-2) \times 180°}{8} = \dfrac{6 \times 180°}{8} = \dfrac{1080°}{8} = 135°$

ou, $y = G\hat{F}E = \dfrac{\widehat{GE}}{2} = \dfrac{6 \times \frac{360°}{8}}{2} = \dfrac{270°}{2} = 135°$

6.2. No triângulo retângulo isósceles $[OBI]$,

$$B\hat{O}C = \frac{360°}{8} = 45°$$

$$\sin(45°) = \frac{\overline{BI}}{\overline{OB}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overline{BI}}{4} \Leftrightarrow \overline{BI} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \overline{BI} = 2\sqrt{2}$$

Assim,

$$\overline{OI} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{BD} = 4\sqrt{2}$$

Portanto,

$$A_{[BDO]} = \frac{\overline{BD} \times \overline{OI}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}}{2} = \frac{8 \times (\sqrt{2})^2}{2} = \frac{8 \times 2}{2} = \frac{16}{2} = 8\ cm^2$$

Logo, o valor da área do triângulo $[BDO]$, é $8\ cm^2$

6.3. No triângulo retângulo $[BCI]$

$$\overline{BI} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CI} = \overline{OC} - \overline{OI} = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$C\hat{B}I = 22.5°$$

Determinemos $\overline{BC}$

$$\cos(22.5°) = \frac{\overline{BI}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \cos(22.5°) = \frac{2\sqrt{2}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{2\sqrt{2}}{\cos(22.5°)}$$

Logo, um valor aproximado às décimas do perímetro do triângulo $[BCD]$

$$P_{BCD} = \overline{BD} + 2 \times \overline{BC} = 4\sqrt{2} + 2 \times \frac{2\sqrt{2}}{\cos(22.5°)} = 4\sqrt{2} + \frac{4\sqrt{2}}{\cos(22.5°)} \approx 11.8\ cm$$